

觸覺數學 (Touch Math) 對增進重度 自閉症數與量概念與計算之研究

劉慧玲

高雄市仁愛國小特教教師

摘要

本文針對於集中式特教班重度自閉症學生，由於受限於認知、動作及知覺不佳、在學習數與量的概念上，缺乏唱數、數數、認數的能力，且對於數量的保留概念差，以及無法有效的將具體概念轉為抽象概念，以致於無法獲得更高層次的計算能力，而傳統的數量教學，使用手指、操作物件及畫圈的方式來學習基本運算，無法有效的將數量與數字連結，故本文將介紹多感官教學策略-觸覺數學，來協助中重度智能障礙學生及重度自閉症學生學習基本數學概念，以下就以觸覺數學意涵與理論基礎、觸覺數學教學原理原則、觸覺數學教學方法與策略、觸覺數學優點與限制、觸覺數學的相關研究以及應用觸覺數學指導重度自閉症數量概念之分享探討如下。

中文關鍵詞：觸覺數學、自閉症

英文關鍵詞：Touch Math, Autism

數學是科學的基礎，而在生活中到處可見數學蹤跡，從幼兒開始，透過感官世界，就開始學習數糖果、餅乾，唱數字兒歌，及買東西的概念（常孝貞、鐘志從，2009）。兒童基礎數學學習的起頭則是數與量的學習，包括對數字的認識、量的對應、多少的比較、加減乘除法的四則運算，都是重要的內涵、不管是普通教育或特殊教育的課程綱要，起始目標都著重在一般數知識的建立，以及基本加減的計算能力（曾于娟，2009）。但因許多障礙學生，尤其是

中重度智能障礙及自閉症學生，在認知、記憶、推理等各方面的學習能力均較薄弱，無法透過傳統的教學方法，將所學習的概念內化。筆者自身的教學現場，多數為自閉症學生，在進行教學過程中，發現此類學生在視覺及動作上較有優勢，故希望藉由感官的教學策略，提供鷹架，將數字與數量連結，觸覺數學即是一個多感官學習策略，讓學生透過觸、視覺的具體操作，來執行數量的數算，希望學生在熟練視、觸覺的提示後，漸漸褪除提示，將數量與符號內化，以進行簡

單的加減運算。因此以下針對觸覺數學的意涵與理論基礎、教學原理原則、四則運算的教學策略、優點與限制、相關研究及實務分享，探討如下。

壹、觸覺數學意涵與理論基礎

一、觸覺數學意涵

觸覺數學方案源自於美國。蘇柏旭 (2010) 提到 Bullock 為觸覺數學的創始人，其協會 (Innovative Learning Concepts Inc.) 提供完整的課程，包含教導認數、數量、加減乘除四則運算、應用問題、時間、金錢及分數概念等，課程設計由淺而深，適應各種年級或不同能力層次。Rudolph (2008) 也認為觸覺教學對於許多有數學困難的學生而言是有利的，可以透過使用視、聽、觸覺策略來加強數學學習技能。Berry (2011) 與 Vinson (2004) 均指出觸覺點 (touchpoint) 為觸覺數學的重要元素，利用具體實物圓點，有系統的擺放在數字上，依數字數值呈現相同量的觸覺點，讓學生透過觸摸數字上的觸覺點，來記憶位置，以連結數字與數量，如數字 3，在 3 的數字上就呈現 3 個觸覺點，數字 1-5 依數值各有一個觸覺點，數字 6-9 會有部分觸覺點重複一次。當每個數字的觸覺點位置熟悉後，會漸漸褪除視覺提示，而運用手指點、筆尖點或是心像記憶的方式，強調學生在練習後能將數量以符號化的方式呈現在數字上 (Avant & Heller, 2011)。Vinson (2004) 提出實施觸覺數學策略時，除了視、觸覺提示外，更鼓勵學

生應大聲的念出過程及答案，口語的複述也是協助學生將數字儲存在記憶中。

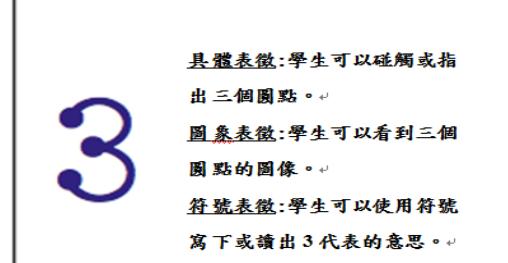
二、觸覺數學的相關理論基礎

綜合 Vinson (2004) 與蘇柏旭 (2010) 的相關文獻資料提出，針對 Bruner、Piaget 及 Vygotsky 等學者提出的相關理論，分述如下：

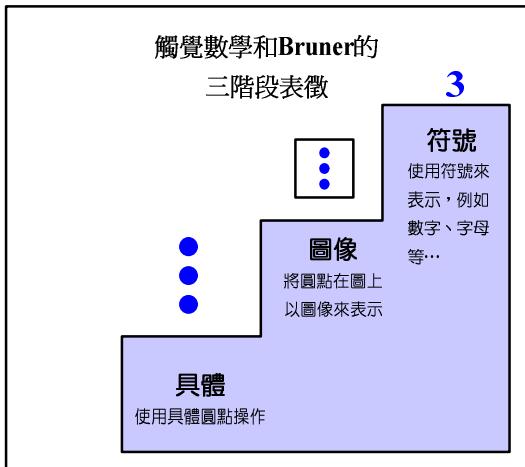
(一) 連結 Bruner 的表徵系統

Bruner 提出表徵系統論，指出學生之認知發展可分三個學習階段表徵，分別為 1.具體操作 (concrete)：透過感官學習獲得經驗與知識；2.圖像 (pictorial)：理解圖片代表物體，經由圖像，對物體記憶成為心像來獲得知識；3.符號 (symbolic)：可以運用抽象的符號、文字、語言來獲得知識 (蘇柏旭，2010)。而觸覺教學也符合 Bruner 的三階段學習歷程，如每個數字上有相對應數量的觸覺點，學生透過觸摸提供具體經驗，且加上視覺記憶，如圖像 3，最後階段則是褪除視覺提示，只剩下符號表示。觸覺教學方法就是藉由數字上相對應數量的觸覺點來連結圖像與抽象符號之間的橋梁，提供了不同於其他學生的支持系統 (如圖一、圖二) (Vinson, 2004)。

觸覺數學結合了 Bruner 的三階段表徵，特別是圖像表徵以及符號表徵，這提供與不同於其他學生的支持系統。如下圖：



圖一修改自 Vinson, 2004, 第 6 頁



圖二 修改自 Vinson, 2004, 第 6 頁

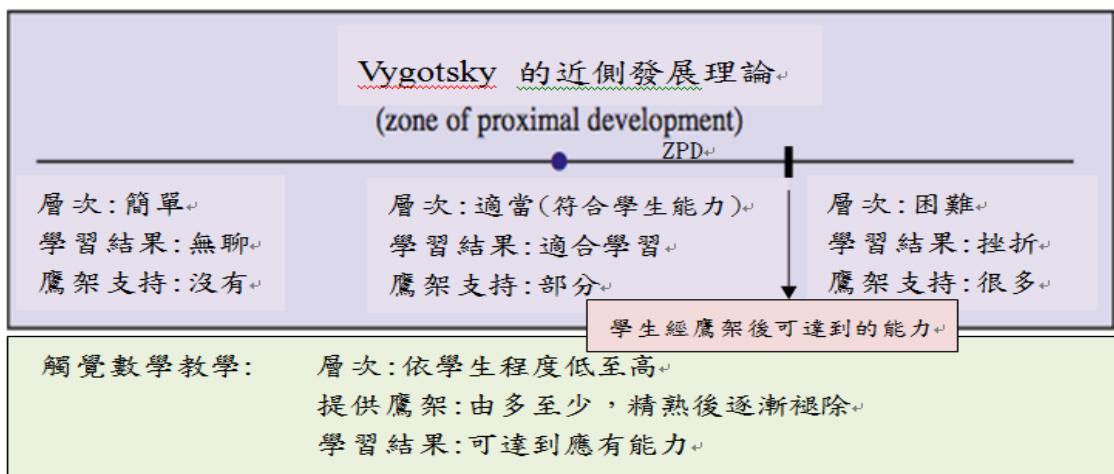
(二) 連結 Piaget 的認知心理發展

Piaget 四階段的認知心理發展，分別為 1. 感覺動作期 (0-2 歲)：此階段透過兒童的感官經驗與具體行為來學習知識；2. 前運思期 (2-7 歲)：此階段慢慢能透過語言學習；3. 具體運思期 (7-11 歲)：此時已進入國小階段，藉由具體物開始搭起與符號抽象的橋梁，漸漸用符號來代表具體物；4. 形式運思期 (12 歲以上)：此階段已經能學習抽象符號的問題，不再依賴操

作。而 Vinson (2004) 提出觸覺數學教學在第一階段也是藉由感覺經驗，讓學生觸摸觸覺點並大聲說出數量，透過操作及不斷重複的複述，慢慢進入第二、三階段的前運思及具體運思，讓符號數字與具體操作數量的經驗連結，熟悉位置及數量後，漸漸褪除提示，剩下符號，讓學生進入形式運思階段。

(三) 連結 Vygotsky 的鷹架與近側發展區

Vygotsky 提出鷹架和近側發展區的概念 (如圖三)，教師需清楚知道學生適當的學習水平，太過簡單不需鷹架，太過困難學生容易挫折放棄，看不到學生應有能力，依學生適當能力及個別需求，給予不同的鷹架支持，促進概念及技能理解。而觸覺數學教學方式，也是依學生需求及符合應有的程度，提供不同協助的鷹架支持，包括視覺、口語提示、漸進式指導、箭頭方向指示、方格、觸覺點等等，直到學生精熟後漸漸褪除提示，以提升學生概念理解。



圖三 修改自 Vinson, 2004, 第 8 頁

Vygotsky 提出鷹架和近測發展區的概念(如圖三)，教師需清楚知道學生適當的學習水平，太過簡單不需鷹架，太過困難學生容易挫折放棄，看不到學生應有能力，依學生適當能力及個別需求，給予不同的鷹架支持，促進概念及技能理解。而觸覺數學教學方式，也是依學生需求及符合應有的程度，提供不同協助的鷹架支持，包括視覺、口語提示、漸進式指導、箭頭方向指示、方格、觸覺點等等，直到學生精熟後漸漸退除提示，以提升學生概念理解。

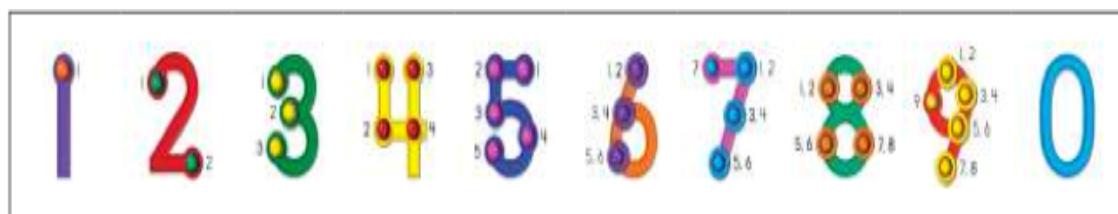
綜合上述理論，可知道學生學習發展是由具體至抽象，透過感官經驗的學習是可以協助部分未能運用抽象思考的障礙學生有效習得新的知識，而教師也依學生能力需求，適度提供由多至少的支持協助，直至完全褪除，以維持及類化學生所學的概念。

貳、觸覺數學教學原理原則

綜合曾于娟(2009)提出，觸覺數學教學是一套結構化、循序漸進、操作式、直接式的教學模式，藉由視覺線索、編序原則及逐步消退提示等策略，協助學生建構數學基本概念。此應用有以下四點的原理

原則：

- 一、提供大量的感官線索，如視、聽、觸、動覺等教材，透過視覺提示，觸覺摸索並大聲複述過程及答案，以協助儲存在長期記憶中 (Vinson, 2004)。
- 二、觸覺數學的教材，每個觸覺點擺在數字上的位置是有關聯性，並非任意擺放，可依循規則及口訣記憶數字與觸覺點位置 (Berry, 2011)。數字代表數量與數詞 (如圖四)，如數字 5， 觸覺點依序標上 12345(數詞)，學生用手指依序觸碰觸覺點，當數到最後一個數字，即代表此數的量。
- 三、藉由觸覺數學的策略學習，學生可以學習計數、基數、一對一對應與記數技巧，熟悉數字 1-9 的觸覺點位置之後，進而使用全部計數 (counting all)、相接計數 (counting on) 至心算等階段來解決加法問題。
- 四、使用觸覺數學的教學策略進行四則運算，需要先熟悉觸覺點數數的步驟，大量練習後，以維持學生數與量的連結。



圖四：取自蘇柏旭，2010，第 9 頁

參、觸覺數學應用於四則運算的教學方法與策略

數概念的形成先具備一對一的對應、基數及序數概念(常孝貞、鐘志從, 2009)，基於上述觸覺數學的原理原則，此部分筆者綜合學者 (Vinson, 2004; Berry, 2011) 提出的相關文獻，應用於四則運算的教學方法，依序以加、減、乘、除法分述如下：

一、加法教學方法

學生需先備具備認識及書寫數字及具備、會全部計數(順向計數至 20)與相接計數以及有 1-9 的大小概念。以下依教學階段順序分述如下：

1. 第一階段熟悉觸覺點數數，依序從上面的數字觸摸觸覺點(如圖 5+4)，數上面數字 5 的觸覺點為 1、2、3、4、5，再接著數數字 4 的四個觸覺點 6、7、8、9，數到最後一個為 9，表示總數，把總數寫在下面。

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 4 \\ \hline 9 \end{array}$$

2. 第二階段使用相接計數，較大的數不再給觸覺點，從大數接著數，(如圖 5+3+7)，先將大數畫掉，從最上面的數開始數，先說大數 7，指著數字 5 的觸覺點數 8、9、10、11、12，再指著數字 3 數 13、14、15，數到最後 15 代表總數，總數寫在最下面，得到答案 15。

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 3 \\ \hline 15 \end{array}$$

3. 第三階段為二位數計算分為不進位及進位，此階段多增加箭頭，(如圖 42+35)，其箭頭用意在於提示學生從右列開始計算，每一列計算完的最後一個數就是該列的總數，填寫在下面，得到答案 77。進位加法：需先教導學生當一列計算至總數超過或剛好是 10 時，則需要多一個框來提供進位的位置，(如圖 23+39)，依箭頭指示，3+9 先計算得到 12(總數，超過 10)，告訴學生 1(口述為 10) 放置框內，2 放在此列 9 的下面，再計算下一列，提示學生要將框內的 1 加入，得到答案 62。

$$\begin{array}{r} \boxed{1} \downarrow \\ 23 \\ + 39 \\ \hline 62 \end{array} \quad \begin{array}{r} \downarrow \\ 42 \\ + 35 \\ \hline 77 \end{array}$$

二、減法教學方法

學生需先備具備逆向計數至 20 (20.19…1)。以下依教學階段順序分述如下：

1. 第一階段為不借位減法：(如圖 7-5)，口述上面數字 7，接著依序指數字 5 的觸覺點，並逆向數出答案，6、5、4、3、2，數到最後 2 為答案，寫在 5 的下面。二位數方法相似，增加箭頭提示學生要從右列開始減。(如圖 67-24)。

$$\begin{array}{r}
 7 \\
 - 5 \\
 \hline
 2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \downarrow \\
 67 \\
 - 24 \\
 \hline
 43
 \end{array}$$

2. 第二階段為借位減法：需先教導學生當一列最上面的數不夠減下面的數時，就要跟隔壁列借位，此階段增加一個底線(—)符號提示借位後剩下的數要擺在—的位置，(如圖 62-45)，依箭頭提示最右邊先計算，口述 2 不夠減 5，向 6 借 1 (口述 10)，在—寫上 5，1 寫在 2 左邊，口述 12 減 5，手指著 5 的觸覺點，逆向數至 7 為答案，寫在此列 5 的下面，繼續算下一列，口述剩下 5，手指著下面 4 的觸覺點，逆向數至 1 為答案，寫在此列 4 的下面，得到答案 17。

$$\begin{array}{r}
 5 \\
 \downarrow \\
 612 \\
 - 45 \\
 \hline
 17
 \end{array}$$

三、乘法教學方法

學生先備能力需會跳躍計數 (skip counting)，似九九乘法，以 2 為基數，則會數 2、4、6、8、10…；以 3 為基數，則會數 3、6、9、12…。以下依教學階段順序分述如下：

1. 第一階段未進位乘法：指導學生先看下面的數 (如圖 32×3)，提示學生此題是以 3 為基數的跳躍計數，學生依箭頭指示先算右列，口述：「我要數 3 的跳躍計數」，依 2 的觸覺點數 3、6，將 6 寫在 3 的下面，再計算下一列，手指著另一列 3 的觸覺點，數 3、6、9，將 9 寫在此列

3 的下面，得到答案 96。

$$\begin{array}{r}
 \downarrow \\
 32 \\
 \times 3 \\
 \hline
 96
 \end{array}$$

2. 第二階段進位乘法：此階段和進位加法相似，多增加一個框提示學生進位數字擺放的位置，依箭頭指示從右列計算，指導學生當跳躍計算超過兩位數時，前面念到的數要擺在框裡 (如圖 67×3)，先看下面的數字 3，表示以 3 為基數，依上面數字 7 的觸覺點，數 3、6、…至 21，當數至 21 時，口述「把 2 寫在框，1 寫在 3 的下面」，繼續計算下一列，手指著 6 的觸覺點，數 3、6…、18，再指著框內的數字 2，數 19、20，將 20 寫在 6 的下面，此時提醒學生框內的數是計數加上，並不是用跳躍計數方式計算。

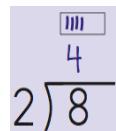
$$\begin{array}{r}
 \boxed{2} \\
 67 \\
 \times 3 \\
 \hline
 201
 \end{array}$$

四、除法教學方法

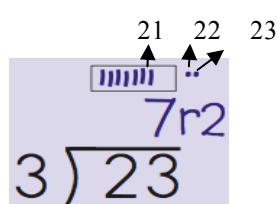
此除法階段的學習，學生已學會加、減、乘法的基本運算，除法教學與其他運算不同，教師需先指導學生使用直式，教導學生記憶除數與被除數放至的位置，如 $8 \div 2$ 記為 $2 \overline{)8}$ ，等學生熟悉位置的擺放，再進行教學。以下依教學階段順序分述如下：

1. 第一階段整除：教師會在直式除法上面

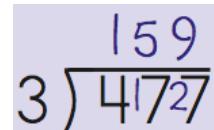
提供一個框，此框提示學生每次計數畫記的位置，指導學生手指外面的數字 2，(如圖 8÷2)，口述：「我要數 2 的跳躍計數，數到最接近 8 就停下」，每數一次就在框內記一筆，學生數 2 就畫 ；數 4，再畫一筆 ；數 6，畫 ；數 8，畫 ，數到 8 剛好是裡面的數，就停下，框內共記 4 筆，4 就為商，即為答案，記在 8 的上面。



2. 第二階段有餘數：和一位數除法相似，但無法整除，餘數用 r 來標記，要注意餘數的擺放位置是在框的外面，且記為小點(•)。指導學生手指著外面的 3，口述：「我要數 3 的跳躍計數，數到最接近 21 就停下」，每數一次，就在框內記一筆，學生數 3、6、9…、21、24，24 超過，所以念到 21 停下，框框內記了 ，此時指導學生計數的方式數至 23，每數一次在框外記小點•，(如圖 23÷3) 框內記 7 筆，7 為商，寫在 3 上面，小點是餘數 2，在 7 的右邊記 $r2$ 。



3. 第三階段多位數：與上述相似，但要指導學生從左邊算到右邊，才算結束，須配合使用減法來計算(如圖 477÷3)，相同方式指導學生，從最左邊的開始計算，口述：「我要數 3 的跳躍計數，數到最接近 4 就停下」，得到 1(商)，寫在 4 上面，剩餘 1，寫在下一個要計算 7 的左邊(口述餘 17)，再口述：「要數 3 的跳躍計數，數到最接近 17 就停下」，得到 5，寫在 7 上面，剩餘 2(口述餘 27)，寫在下一個要計算 7 的左邊，相同方式得商為 9，寫在 7 的上面，其答案為 159。



綜合上述四則運算教學方法，主要目的有二，第一希望藉由觸覺數學步驟化的教學，精熟後的學生可轉換應用於和他們同年齡層的課程目標；第二希望藉由此教學方法，協助身心障礙學生使用同年齡層的教材 (Vinson, 2004)。抽象的符號概念對於身心障礙學生學習較為困難。劉秋木 (1996) 提到數學的學習，可以透過操作的經驗，來建構數學的概念，但其最終目的在於解決問題，因此在熟悉計算過程之後，需聯結生活經驗。

肆、觸覺數學的優點與限制

一、觸覺數學的優點

筆者綜合 Berry (2011)、Vinson (2005)、Rudolph (2008)、Cihak 與 Boon (2010)、曾于娟 (2009)、蘇柏旭 (2010)

等研究，歸納觸覺數學教學之優點如下：

1. 此策略可適用於不同類型的障礙學生，因應個別能力差異調整教學及教材。
2. 觸覺點有效協助自閉症學生在建立數量的概念，並且將數字與數量連結。
3. 此為感官的教學策略，對於有些障礙生有感官上的優勢，可以彌補學生在記憶上的不足。
4. 對於部分的智能障礙學生，在進行觸覺數學的教學介入後，對於基本數與量概念的學習有其進步（包括數數、認識數字、對應數字及數量），且有助於學習之保留、類化及遷移。
5. 此策略有效提升學生在學習數學的自信心，且減少學生學習數學的焦慮。

二、觸覺數學的限制

Andrew (2005) 針對使用觸覺數學學習會有以下幾點的潛在危機：

1. 違背兒童自然的思維方式，會阻礙位值概念的理解與剝奪學習數感的機會。
2. 觸覺點是沒有邏輯的策略，只有使用硬記規則位置的方式學習。
3. 觸覺點不是具體物的操作，只是額外抽象的標記。
4. 教師使用此策略教學，看見學生計算的正確性及速度，但卻忽略學生學習數學概念的真實性。
5. 用順向計數及逆向計數的方式學習四則運算，無法幫助學生發展出加減法集合、分群等概念，以及乘法分配律概念。

上述學者提到，利用觸覺數學策略無法指導學生十進位位值的概念，筆者也認為觸覺數學教學策略，只適用於指導 0-9

的數量，其 10 的數量，由數字看來為 1 和 0 的組合，若使用觸覺點來教學，會讓學生混淆，會認為只有一個觸覺點（0 無觸覺點），因 10 的概念非直觀由數字 1 和 0 組成，因此筆者建議，當學生已熟記 1-9 的數量時，需指導學生 10 為 9 再多 1，需將 10 視為一個數，應有 10 個觸覺點，而當熟悉 10 的數量後，需學習更大的數值時，教師需指導學生建立位值的概念。

另外，筆者認為此教學方式全仰賴教具製作者在數字上所標示點數去做數數，在抽象概念上並無是因理解而產生數數過程，單純透過此方法訓練學生計算能力，而並無認知上的指導，透過此教學方式無法解決日常生活的應用解題能力上，此其為另一個限制。筆者認為教導此方式為一個連結數字與抽象符號的過程，並非完全仰賴此教學法解決理解性、邏輯性的數學問題，而就以部分障礙的學生而言確實需透過多感官的教學方式，增加學生學習的動機及計算能力，在精熟計算之後，教師應配合教學的情境教導相關的認知及應用問題，並加以利用此方式計算，讓此教學方式成為學生的計算工具，能活用於生活中。

伍、觸覺數學的相關研究

其相關研究，多數以國外為主，目前國內只有兩篇，一篇為曾于娟於 2004 年提出以觸覺數學為例進行中重度智能障礙及自閉症學生加減法教學，結果發現學生均能達到所設定教學目標，並且在教學後都

保有維持與類化成效。另一篇為蘇柏旭於2010年同樣提出以觸覺數學對智能障礙學生進行數學計算教學，其結果增進加減計算正確率且有學習立即與維持成效，並增進學生學習的正向態度。

國外的研究較多，有針對自閉症、智能障礙、肢體障礙生進行觸覺數學的教學策略，Berry (2011)指出使用此策略有效協助自閉症學生進行加減法計算的能力，且增加成功機會。Avant 和 Heller (2011)針對肢體障礙生進行觸覺數學教學，指出確實有效增進學生學習 20 以內的加法計算。Cihak 和 Foust (2008) 分別利用觸覺教學及數線策略對自閉症學生進行加減法的指導，結果指出觸覺教學比數線策略有效成功教導自閉症個位數加法問題。Rudolph (2008) 指出對於部分數學困難的學生，利用觸覺點記憶數字位置策略，透過感官策略來加強計數的能力是有利的。Fletcher、Boon 和 Cihak (2010) 針對中度智能障礙分別使用數線及觸覺數學指導個位數加法，研究指出學生使用觸覺點方式計數，成效優於使用數線策略，並提出此策略方便應用於公共場所購物，不需攜帶任何操作工具，只需記憶數字位置，便能計算價錢。

綜合上述國內外研究，觸學數學策略多用於中重度障礙生的加減法計算，且有其成效，也證實此教學策略有效協助學生利用觸覺點的記憶方式連結至抽象符號的數字。

陸、應用觸覺數學指導自閉症學生數量概念

筆者任教的班級中，有兩位重度自閉症的學生，兩位雖都為重度自閉症，均無口語，但在其他特質上均不同，異質性高。筆者在進行數字與數量的教學時，發現兩位學生無法將數字與數量做連結，甲生有書寫能力，可以依序書寫 1-10，但對於數量無保留概念，乙生書寫弱，視覺空間記憶能力較好，在視覺提示下，能依位置排出 1-10，但未有數序及數量概念，因此依據上述觸覺數學的理論，指導兩位重度自閉症學生在數量與數字連結上的教學分享，以下就針對學生個別能力、教具設計、教學階段以及教學成效，分述如下：

一、學生的個別能力分析：

如表一。

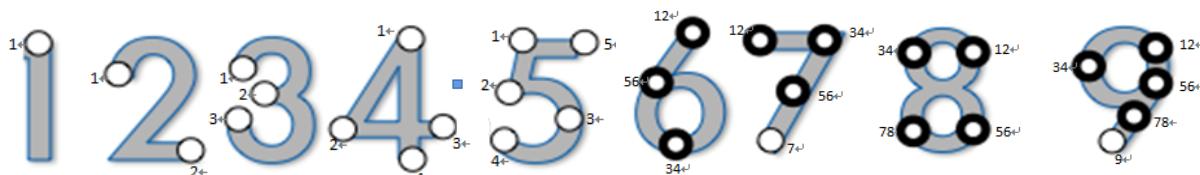
二、教具設計

1. 有觸覺點的數字卡(1-9)：

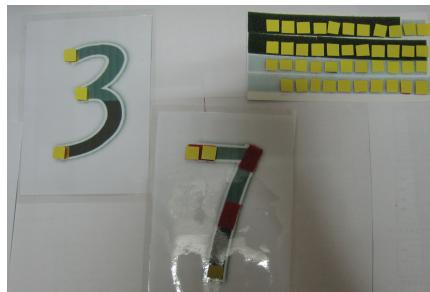
兩位學生已熟悉數字 1-10 的筆順，且已保留數字圖像的概念，故筆者依據觸覺數學的理論以及針對兩位學生特質，將數字 1-9 的觸覺點連結學生熟悉的筆順修改觸覺點順序(如圖五)，1-5 均為單一個觸覺點，沒有重複，6-9 有部分重複的觸點為，具體教具呈現(如圖六)筆者以魔鬼氈代表觸覺點，1-5 使用黃色表示此觸覺點只有一個，只黏貼一個方塊，而 6-9 有重複的觸覺點使用紅色表示此觸覺點有兩個，需要黏貼兩個方塊。

表一 學生個別能力分析

	甲生	乙生
年級/性別	三年級/男生	六年級/女生
障礙類別	重度自閉症	重度自閉症
認知理解	無口語，情緒不穩會有單音的叫聲，生活指令可理解，溝通多用肢體動作表達，較少主動表達，大多聽老師指令。理解程度中等。	無口語，只有簡單的單字，生活指令能理解，多用肢體動作、圖片、溝通筆表達，會主動表達需求。理解程度較好。
溝通能力		
肢體動作	粗大動作佳，精細動作尚可	粗大動作尚可，精細動作差
行爲表現	挫折容忍度低，易生氣，喜歡寫字，較少與同儕互動相處，固著性強，會把東西整齊排回原位，能依結構化工工作流程進行工作。	喜愛看有圖片的書，較會與人互動，情緒起伏不穩，喜歡玩積木(堆高)，能依結構化工作流程進行工作。
數學表現	會依序書寫 1-10，沒有數量保留概念，能聽聲音找數字，但不穩定，如老師數數量 123，拿 3 的圖卡，正確率 50%，有視覺記憶的優勢，無法獨立看數量拿數字，也無法獨立看數字拿數量。	不會書寫，只能描寫 1-10，依口訣圖像提示可以聽聲音找數字，有視覺記憶的優勢，1-10 能依視覺提示記憶位置，排出正確的數序，沒有數量保留概念。

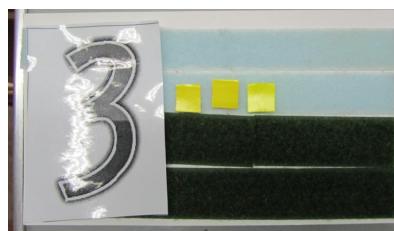
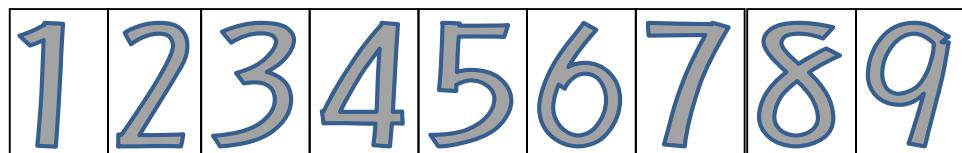


圖五：筆者修改自 Avant & Heller, 2011, 第 311 頁



圖六：筆者設計觸覺點數字卡

2. 無觸覺點提示的數字卡及具體呈現數字卡(如圖七)：

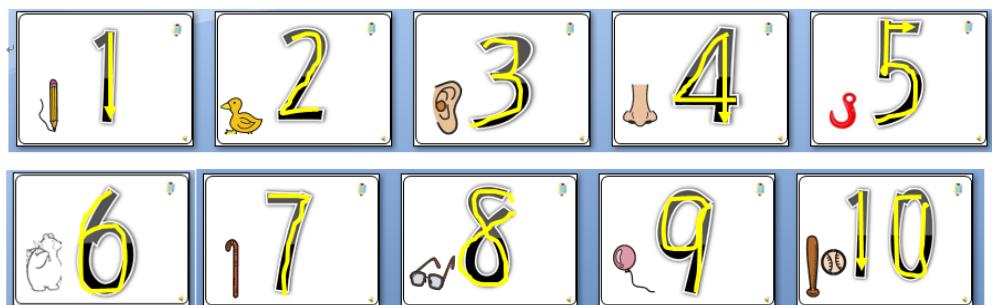


圖七：筆者設計無觸覺提示數字卡

三、教學階段

第一階段：先熟悉 1-10 筆順

個別指導，因學生能力不同，在教學前的準備活動不同，在指導觸覺教學前，讓甲生書寫 1-10，先熟悉數字的筆順；乙生會先看教師自製多媒體教材 1-10 筆順練習(如圖八)，同樣先熟悉數字的筆順，以進行觸覺數學的教學。



圖八：筆者設計 1-10 筆順練習

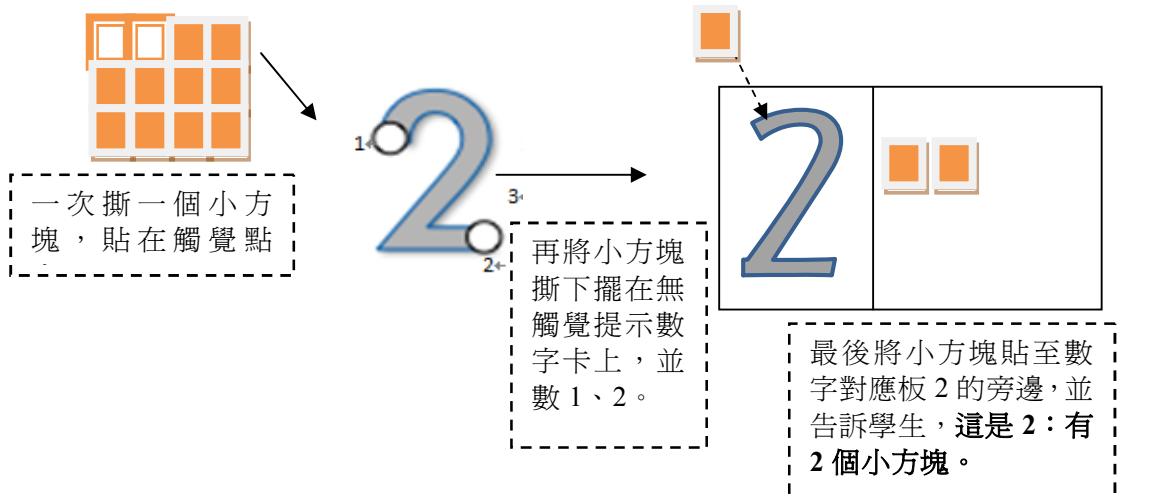
第二階段：觸摸數字上的觸覺點

透過具體操作，先熟悉每個數字卡上觸覺點位置及數量，此階段教師先指導學生依序在觸覺點上數數，如數字 2，拉著學生手指數 1、2，再讓學生獨立數。

第三階段：使用小方塊，連結至無觸覺提示的數字卡

熟悉觸覺點的位置後，開始使用小方

塊，將觸覺數字卡連結至無觸覺提示的數字卡上，如指導學生數字 2，學生在觸覺點上指出 1、2 後，在方塊板上，一次撕一個黏貼至觸覺點上，此時 2 的觸覺數字卡會黏貼 2 個小方塊，在將小方塊撕下，黏至無觸覺提示卡 2 的旁邊，並讓學生在無觸覺提示數字卡上用手指點觸覺點的位置，並念 1、2（如圖九所示）。

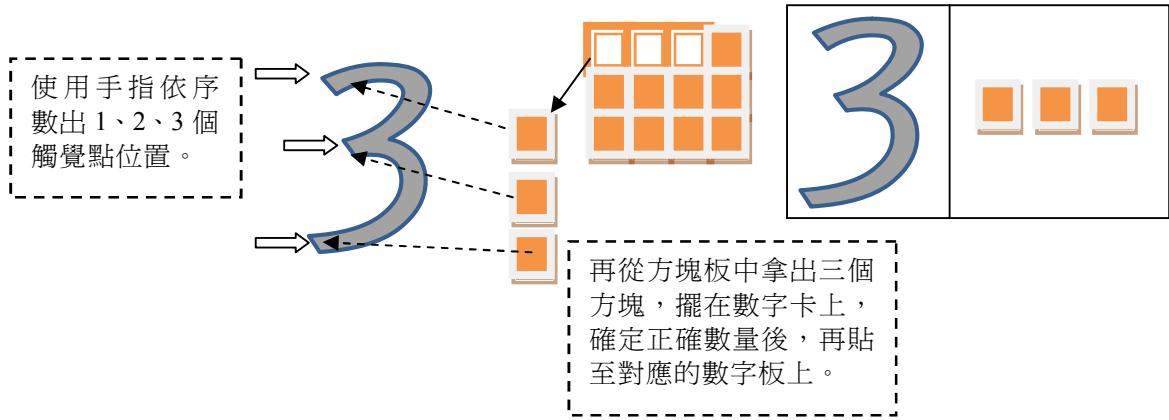


圖九：筆者設計

第四階段：移除觸覺數字卡

指導學生只看無觸覺提示的數字卡，從數字卡上指出觸覺點位置，並擺放小方

塊。如數字 3，學生依序指出 3 個觸覺點，並拿三個小方塊擺放在數字上，再將小方塊貼至數字旁邊（如圖十所示）。



圖十：筆者設計

第五階段：使用心像記憶

直接看到數字，能用心像的方式記憶位置，直接拿出正確的小方塊數。

四、教學成效

甲生一開始實施時，因挫折容忍度低，常發脾氣，導致無法進行，所以一開始只進行至3，等甲生漸漸熟悉後，可以進行5以內數量至第四階段，在無觸覺點的數字卡中，指出觸覺點位置並拿出正確數量的小方塊，但因缺乏信心，仍需要教師在旁才能進行。

乙生對於記憶數字的位置很敏感，再兩次的觸覺教學後，乙生能聽老師指令，進行至第四階段在無觸覺提示的數字卡中，直接拿出小方塊正確擺在觸覺點上，但其數量仍為5以內，另外，因乙生理解較好，故筆者嘗試將小方塊，換成其他的增強錢幣，看乙生是否能類化至其它的物件，發現有其成效，筆者拿出無提示的數字，跟乙生說：「請你去拿3個錢幣給老師」，乙生馬上指著3數字卡上的觸覺點的位置，並將錢幣擺放在位置上，數好後再將所有錢幣放在手中，拿至筆者面前。

筆者針對兩位自閉生進行觸覺數學教學時間為三個星期，此教學方式每週利用數學課進行三次教學，每次進行教學30分鐘，10分鐘評量學生立即學習成效。因為教學時間短，不足以說明是否有其維持的成效，可看出有立即及類化使用的成效，但仍然是在使用視觸覺提示的階段，沒有進行至心像保留的階段。筆者也認為對於認知理解差的學生，是可利用感官策略的優勢替代傳統教學，以協助學生彌補

弱勢，增加學生成功的機會。

綜上所述，觸覺數學是一個結構化的教材，藉由有系統、有組織的教材，系列性的指導原則，提供大量的視覺與觸覺的感官線索及口語提示，利用觸覺點的位置來記憶數值，以協助學生的運算能力。筆者認為，在使用觸覺數學策略指導學生時，除了利用感官來彌補學生記憶力的不足，更應該依學生的認知能力程度，將基本的數概念帶入，讓學生學習到他應能學到的階段，才能確實使學生獲得完整的數學知識。

參考文獻

- 常孝貞、鐘志從（2009）。三、四、五歲幼兒的一對一對應、計數能力與基數概念探討。兒童與教育研究，5，185-218。
- 曾于娟（2009）。運用多感官教學策略進行中重度智障及自閉症學生之加減法教學-以「觸覺數學」為例。特殊教育季刊，110，33-40。
- 劉秋木（1996）。國小數學科教學研究。台北：五南。
- 蘇柏旭（2010）。觸覺數學對增進智能障礙兒童數學計算能力之研究。(未出版碩士論文)。國立臺北教育大學特殊教育學系碩士班。
- Andrews A. G. (2005). *The potential danger of teaching the touch math system of computation*. Retrieved from <http://specializedreadingmathprograms.prov>

- idence.wikispaces.net/file/view/The+Potential+Dangers+of+Teaching+Touch+Math.pdf
- Avant, M. T., & Heller, K. W. (2011). Examining the effectiveness of touchmath with students with physical disabilities. *Remedial and Special Education*, 32(4), 309-321
- Berry, D. (2011). *The effectiveness of the touchmath curriculum to teach addition and subtraction to elementary aged students identified with autism*. Retrieved from <http://test.touchmath.com/pdf/TouchmathAutism.pdf>
- Cihak, D. F., & Foust, J. L. (2008). Comparing number line and touch points to teach addition facts to students with autism. *Focus on Autism and Other Developmental Disabilities*, 23(3), 131-137
- Fletcher, D., Boon, R. T. & Cihak, D. F. (2010). Effects of the touchmath program compared to a number line strategy to teach addition facts to middle school students with moderate intellectual disabilities. *Education and Training in Autism and Developmental Disabilities*, 45(3), 449-458
- Rudolph, A. C. (2008). *Using touch math to improve computations*. Retrieved from <http://touchmath.com/pdf/RudolphResearch.pdf>
- Vinson, B. M. (2004). *A foundation research base for the touchmath program*. Retrieved from <http://www.touchmath.com/yyy/pdf/TouchMathResearchBase.pdf>