

讓學生學好數學

——數學學習障礙兒童的教學

梁瑞真

摘要

如何對數學學習障礙學生採用有效的教學策略實為我國特殊教育推展的重要課題之一，本文乃就數學學習障礙的定義、特徵、教學法及教學原則，略做介紹，並提出一些可行的教學策略或活動，做為教師進行教學之參考。

中文關鍵詞：數學學習障礙、學習策略

英文關鍵詞：mathematics learning disabilities, learning strategies

壹、前言

關於數學學習障礙學生的出現率，根據國內的研究顯示，數學學習障礙在小學三到六年級的平均出現率為 6.6%，且隨著年級的遞增而遞增（陳麗玲，1993）。因此，就數學學習障礙學生的高出現率及數學在日常生活中的重要性而言，在在顯示此一缺陷領域已不容忽視。因此，如何對數學學習障礙學生採用有效的教學策略實為我國特殊教育推展之重要課題。

貳、認識數學學習障礙兒童

一、數學學習障礙的定義

數學學習障礙（mathematics learning disabilities，簡稱 M.L.D）是學習障礙的一個類型，其主要的特徵是數學成就明顯低於

同儕（Lerner, 2000）。DSM-IV（Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders）（2000）定義數學學習障礙為：在個人化標準化測驗中，數學能力顯著低於其生理年齡、智力程度及已受教育所預期應有的程度，且此障礙明顯妨害個體學業成就或日常生活中所需數學能力的活動，但應排除感覺能力缺陷所引起的學習障礙。

二、數學學習障礙的特徵

數學學習障礙學生是一個異質性高的團體，數學學習障礙學生之間，存在個別不同的問題，因此並非所有的數學學習障礙學生都會出現相同的特徵。然而，了解數學學習障礙學生一般性的特徵，不但可以作為鑑定與診斷的依據，亦可提供教師與研究者設計與教導數學的參考。Lerner（2000）曾就訊息處理歷程（information

processing)、語言與閱讀(language and reading)、認知學習策略(cognitive learning strategies)、和數學焦慮(math anxiety)等方面,來探討數學學習障礙學生的特徵。

參、數學學習障礙兒童的教學

一、數學學習障礙兒童的學習理論和教學法

就如同其他的學科,在數學方面亦有不同的教學理論來引領不同的教學法,以下乃就數學學習障礙學生的幾種數學教學法進行探討:

(一)由具體學習發展到抽象的學習

數學學習的關鍵是持續且漸進的增加能力,在數學的學習歷程,知識由具體到抽象的學習、不完整到完整的知識、非系統思考到系統思考的過程慢慢建立起來。爲了幫助學生由具體學習發展至抽象學習,學者提出三個連續階段的數學學習:1. 具體階段、2. 半具體階段、3. 抽象階段(Miller & Mercer, 1997)。

(二)建構式學習

兒童能建構自己的數學解法之觀點乃是建構式學習的基礎,每個兒童必須主動建立他自己的數學心智結構。

建構式數學觀點的研究顯示,幼童在整體文化中發展非正式的數字知識。當他們發展數學的意義時,他們會先建構較早的數字概念。兒童自然地發明和依賴他們自己的算術步驟,因爲這些方法讓他們以有意義的方法來處理他們生活環境中的問題(Ginsburg, 1997)。

(三)直接教學

以直接教學爲基礎的數學方案具有高度的系統性和嚴謹的順序。教學在有條理的計畫之後。教師決定教學的主題,透過工作分析來設計教學,提供述說清楚的教學,規劃連續的測驗。並且強調分配充足的練習時間,足夠的練習以熟練技巧,以及強調基本概念(Simmons & Kameenui, 1996)。

數學直接教學的步驟依序爲:1. 設立一個要完成的特定數學目標、2. 具體列出達成目標所需的基本技能、3. 確定這些技能中哪些是學生已經會的、4. 將達成目標所需的步驟排序(Carnine, 1997)。

(四)認知學習策略

認知策略教學是另一種教學法,其目標是在幫助數學學習障礙的學生獲得策略,以應付數學的挑戰和掌控自己數學的學習。學習策略是個人執行任務時的方法,其包含了兒童計畫和執行時如何思和行動,和評估自己執行任務時的表現和成果(洪儷瑜, 1995; 楊坤堂, 2002)。

(五)問題解決

數學問題解決是指有關於解決數學文字題的思考歷程。國立數學教師協會(National Council of Teachers of Mathematics, NCTM)認爲問題解決是數學課程中最重要,並且在普通課程和特殊課程中都佔了大部分。

對許多學習障礙的學生而言,問題解決是數學中最困難的部分(秦麗花, 1994)。爲了解決問題,學生必須分析和解釋訊息,如此他們才能作選擇與決定。

問題解決需要學生知道如何應用數學的概念和使用計算的技巧在新的或不同的情境中。

二、數學學習障礙兒童的教學原則

提供一些一般性的數學學習原則作為數學科有效教學的方針（秦麗花，1996；Lerner, 2000）：

(一)教導數學學習的先備知識

在教學前，教師應先調查學生之前已學得的算術能力，以確定學生準備好學習所需要學習的。事先建立學習新單元所需的先備能力，以預防往後學生嚐試進入更進一層或更抽象的數學歷程時產生困難。

(二)由具體進展到抽象

學由具體進展到抽象，學生能對數學概念有較好的了解。教師必須設計三個教學階段：具體、半具體和抽象（林月仙，2000；胡永崇，2003）。

具體的教學階段，學生操作實際的物體來學習技能。舉例來說，學生可以看、拿和移動 2 個和 3 個積木來學習來學習它們等於 5 個積木。

半具體層次的教學階段，以圖解表示來代替實際的物體。接續上面的例子中，在作業單上的圖解形式中，則以圓圈代替物體：

$$\bigcirc\bigcirc + \bigcirc\bigcirc\bigcirc = 5$$

抽象層次的教學階段，則以數字代替圖解符號：

$$2 + 3 = 5$$

(三)提供練習和複習的機會

學生需要很多機會複習、訓練和練習

以過度學習數學概念，因為他們必須能夠幾乎自動化地使用這些概念。有許多方法可以提供這樣的練習，教師要盡可能的變更不同的方法。其技巧包括了作業單、閃視卡、遊戲、行為管理的技巧和電腦練習。

(四)教導學生類化至新的情境

學生必須學習類化技能到很多情境。舉例來說，他們可以由教師或同儕輪流設計許多故事問題，來練習計算結果。其目標在獲得辨識運算的技能並應用它們在多種新情境中。

(五)考慮學生的優勢能力和弱勢能力

教師除了必須了解學生的會什麼和不會什麼之外，還要知道學生的數學成就水平及其運算能力。學生有缺陷的區域如何影響數學的學習？學生用這樣的方式處理哪些其他的課業？需要回溯多遠才能確保在數學概念上具有穩固的基礎？要呈現什麼技巧、方法和教材最有成效？

(六)建立數學概念和技能的穩固基礎

教師應妥善指導學生學習各項基本的概念及技能，使其能達到熟練、穩固的層次，避免進行較複雜或較高層次的學習時，學生出現受限於基本能力的問題（胡永崇，2003）。

(七)提供完善的數學方案

完善的數學教學須包括數學概念、算術技能和問題解決等三個基礎（Lerner, 2000）。

1. 數學概念：指有關概念的基本了解。學生發展出概念，能夠對物體進行分類或分組。

2. 算術技能：進行數字運算的歷程是一加、減、乘、除的基本運算，就是數學技能的例子。
3. 問題解決能力：數學的概念和技能被應用於問題解決中。通常，在新的或不同的情境中，應用包含了概念和技能的選擇和連結。爲了教導數學的問題解決，教師必須幫助學生發現類似的情境，然後應用相同的概念和技能於兩種情境的相似處。

三、數學學習障礙兒童的教學策略和活動

教學策略和活動分成三個種類—數學概念、算術技能和問題解決：

(一)教導數學概念

1. 分類和辨識群組

在教導數學基本概念時，教師可以運用「分類遊戲」的活動，給學生只有一個屬性不同的物體，如顏色或構造，然後要求學生將這些爲物體分類放置兩個箱子中。舉例來說，如果物體顏色不同，要求學生將紅色的項目放入一個箱子中，則將藍色的項目放入另一個箱子中。再高一個層級，增加屬性類別的複雜性，例如，要求學生分類會動的和不動的物體。另一種變化是利用物體有多種重疊的屬性，如形狀、顏色和大小。教師可以呈現三種顏色（藍色、黃色、紅色）和兩種尺寸的三角形、圓形、方形物體，要求學生先依據形狀分類，再依據顏色分類，最後要求學生發現第三種分類方法。

2. 序列

當教導序列概念時，教師可以要求學

生指出一串物體中的第一個、最後一個或第三個物體。或利用數線，讓學生在數線或數字積木上移動，可以幫助他們了解符號及符號間的關係。也可以運用「模式遊戲」：要求學生從教師一開始的排序中挑選下一個物體，去發現模式。舉例來說，在紅、白、紅、白的模式中，學生必須挑選紅色的物體作爲序列的下一個項目。教師可以增加模式的複雜性作爲進一步的練習。另外，教師可以收集一些物體，如墊圈、紙夾、螺絲釘等，要求學生將它們依照大小來排列，讓學生比較或對照不同大小的物體，有系統的說明較小、較大、較高、較矮的概念。

3. 計算

有些學生學習口語的計算，但卻無法獲得一個數字都對應一個物體的概念。這樣的學生，除了計算能力外，還需要協助其強化其動作和觸覺反應。例如放木栓在洞裡，在線上夾衣夾，拍手3次、跳4次和敲桌子3次等，可以幫助學生建立計算的原理。舉例來說，「計算杯子」的活動：利用一套容器，如杯子，並在每一個容器上面標上數字。要求學生將正確數量的物品（可用瓶蓋、螺絲釘、鈕扣等）放進每一個容器。

4. 數字的辨識

進行數字的視覺辨識，學生必須學習辨識數字(7、8、3)和代表數字的國字(七、八、三)。而且他們必須學習將口述的符號和書寫的數字相結合。如果學生書寫數字會混淆，可以利用顏色提示來幫助他辨識符號。舉例來說，教師可以將數字3的上部塗上綠色，在底部塗上紅色；或採用

另外一個活動，要學生將正確數字和正確的一套物體做配對，可以利用毛氈、印紙板或砂紙的符號，例如「停車場海報」的活動：在海報上畫一個停車場，以圓點代替數字，來標示停車的位置。在小車上寫上數字，並要求學生將小車放在正確的位置上。

5. 操作性活動

為學生準備協助計算的工具，如算盤、豆子、木棒、籌碼、尺等，和其他測量的工具；或運用拼圖、木栓板和格子板這些物品，來幫助學生注意形狀和空間的關係。如果學生對尋找和配置遺漏部分有困難，可以給予口語的提示，如描述要尋找的形狀。此外，可以將一個容器中的沙子、水或豆子，倒入不同形狀或尺寸容器裡，幫助學生發展測量的概念。在這樣的活動中，可以強化估計容量和使用量杯的能力，以及引進分數的概念。

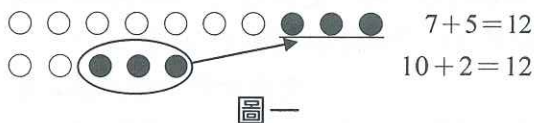
(二) 教導算術技能

1. 基本計算技能：很多算術問題提示源自於基本運算技能的缺乏，應透過了解學生在學習歷程中潛在的困難—口語的、空間的、知覺得、記憶等因素，來評估學生的問題。應該教導學生其所缺乏的基本數學運算能力，包括加、減、乘、除等。

(1) 加法：教學時，一開始先使用具體物，接著使用一副有數字的卡片，最後使用只有數字的算式，如： $3+2=\square$ 。

此外，由總和 10 以內跨到 20 以內的加法是較困難的，可利用“製造 10”的方法，舉例來說，在 $7+5$ 的式子裡，學生從 5 中取出 3，然後 3 加上 7 等於 10，接著學生可以發現 10 加上剩下的 2 等於 12。藉

由使用可移動的圓盤，學生比較能真實的感受這個過程（圖一）：

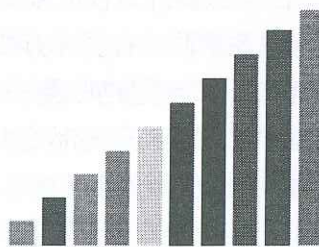


圖一

此外，數線也是教導加法的另一個方法，使用數線，學生可以從視覺上，察覺加法的歷程。

(2) 減法：在學生有穩固的加法基礎後，再教導減法。教學時，要求學生先放置一套物體在桌子上，然後拿走一些物體，並詢問剩下多少？例如， $6-2=\square$ 的問題，先在桌子上面放一組紙卡。引導學生發現 6 張紙卡可以分成 2 張一組的紙卡和 4 張一組的紙卡。當卡片放在一起時，告訴學生你有 6 張紙卡，當拿走 2 張一組的紙卡時，問學生剩下什麼？

此外，還有其他說明減法的方法，例如使用奎茨奈木棒（圖二），一開始拿出一根代表總和的木棒，接著將代表部分的一根木棒放在上面，要求學生從剩餘的木棒中找出可以填滿空位的木棒（Lerner, 2000）。

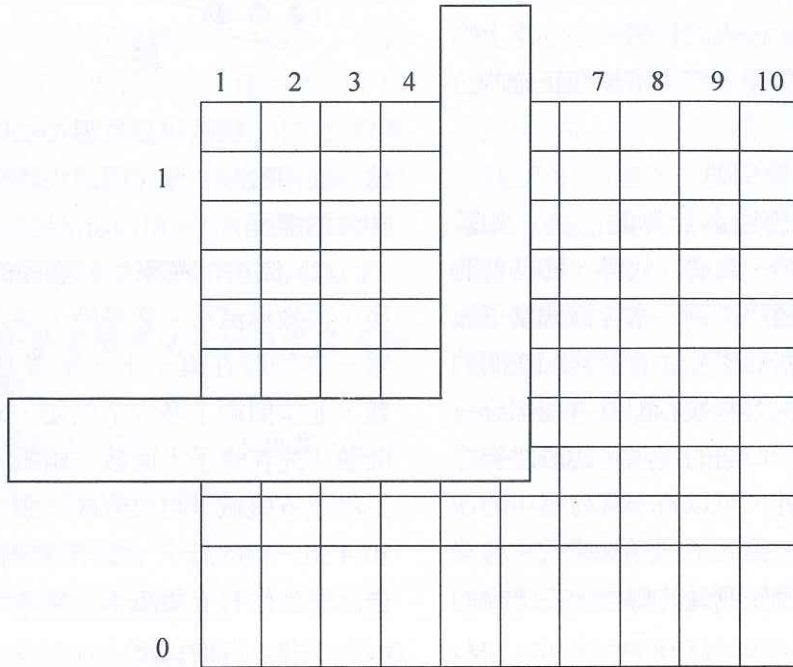


(圖二)

(3) 乘法：乘法是加法簡化的方法。學生可以學習 $2 \times 4 = 8$ ，代替 $2+2+2+2$

的加法。九九乘法的教學中，有很多說明的方法，其中「百格板」的操作（圖三），非常有效。藉由遮板遮住不算的部分，露

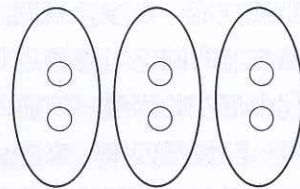
出一個數的倍數，讓學生點算格子數後說出乘式和結果，如 $4 \times 6 = 24$ 。



圖三

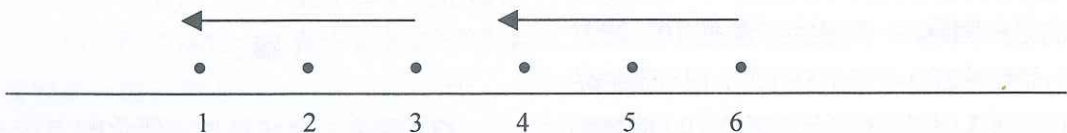
在數線的方法中，會使用數線做加法的學生也可能會使用它來做乘法。學生在數線上加單位量5三次，會在數線上15的地方停止。

(4) 除法：這個計算技能被認為是最難學習也是最難教的。有很多方法可以處理除法。例如 $6 \div 3 = \square$ 的問題，可以畫6個物體，並圈起3個相等的部分。而缺少的商就是看到的2（圖四）：



圖四

此外，也可以利用數線（圖五），一次往回跳3個單位，需要跳幾次？



圖五

2. 練習計算的結果：當學生知道結果背後的概念後，學生必須自己記憶這些結果，這需要許多練習的機會。學生可以用寫、說、玩遊戲、速度測驗等方式練習這個結果。另外，閃視卡、擲骰子、紙牌等都是很有效的方式。教師應該採用多種不同的方式來讓學生練習。舉例來說，教師可利用「拼圖板的組合」，將紙卡運用在加法、減法、乘法、除法問題的練習上。將每張紙卡切割成兩塊，亦即一塊上有問題，另一塊上則有答案。每一塊紙卡都必須切割的不一樣，如此學生在嚐試拼合紙板時，只有找到正確的答案才能拼成。

此外，在察覺算數結果的速率上，可以利用電腦遊戲或閃視卡來加快學生辨識一套物體、數字符號和回答算術結果的速度。可以利用將訊息放在幻燈片上，製作快速揭示的設備，將其剪輯成連環圖片並插入投影機片的夾中。利用一張紙卡遮蓋鏡頭，並短暫的呈現這些教材，學生可以練習快速地辨識算術結果。

而在「從十幾的數字減去 9」的問題上，下面有一個有效的技巧，可以幫助學生學習十幾減去 9 的問題。計算下面的問題： $16 - 9 = \square$ ，將 1 和 6 相加就可以得到正確的答案 7。這個技巧可以用在所有十幾的數字減 9 的問題。

（三）教導問題解決

數學教學最終的目標是應用概念和技能於問題解決中。這個由國立數學教師協會設立的目標（1989），要求更加重視所有層級的問題解決。應用於學習障礙學生的問題解決的有效教學策略如下（秦麗花，1999；蕭金土，1996）：

1. 文字故事問題：使用文字故事問題，學生比較感興趣，而且可以融入其生活經驗中。

2. 口頭提出問題：這個策略對於有閱讀問題的學生特別重要。

3. 視覺增強：使用具體物、圖形、圖表或其他的視覺刺激來闡明問題、說明解法和證實答案。讓學生將問題描述出來。

4. 簡化：讓學生用較小、較簡單的數字來代替問題中較大、較複雜的數字，如此學生可以了解問題，並很快地驗證解法。

5. 重新敘述：讓學生以他們自己的話語來重述問題。這樣的言詞表達可以幫助學生自己建構問題，並且也可以顯示他們是否了解問題。

6. 評估所給的資訊：挑選過多或過少訊息的問題，讓學生決定什麼訊息是依然需要的，而什麼是多餘的。

7. 補充問題：教師可以自己補充課本內的問題，使其和教室經驗相關。例如，將學生的名字放入問題中，使問題更真實。

8. 思考的時間：允許學生有足夠的時間去思考。要求用替代性的方法來解決問題，試著去了解學生是如何思考問題及解決問題。

9. 解決文字題的步驟：很多學習障礙的學生在解文字題時都有困難。雖然閱讀問題可能是其中的一個因素，但是主要的困難通常發生在數學問題的思考上。學生傾向一看到問題中的數字便立即做計算。下列的步驟在教導解文字題的應用上是非常有用的：

（1）觀看情境：首先讓學生先讀文字題，然後描述問題的環境。

- (2) 決定問題：讓學生決定要發現什麼，亦即待解的問題。
- (3) 收集資料：一個文字題通常包含了許多資料，有些和問題的解法是有關的，有些則是無關的。要求學生口述或默念問題，然後列出有關和無關的資料。
- (4) 分析關係：幫助學生分析資料間的關係，舉例來說，如果問題中呈現：「小明吃掉了 4 塊餅乾，是原來的 $\frac{1}{3}$ 」，學生必須了解這兩個事實之間的關係。
- (5) 決定步驟：學生必須決定用什麼樣的計算步驟來解決問題。學生必須留意關鍵字，然後將問題用數學算式表示。
- (6) 評估答案：讓學生練習評估什麼是可能的合理答案。
- (7) 練習和類化：在學生已經想通而且解出某一個類型的問題後，教師可以給學生相同類型但數字不一樣的題目做練習。

肆、結語

數學學習障礙兒童在學習數學的過程中，容易累積許多挫敗的經驗，導致其產生較低的學業自我概念，甚至對數學學習產生恐懼及焦慮的現象。因此，在教學的過程中，教師扮演了非常重要的角色，教師應考量學生的個別差異，針對學生的問題所在，施予適當的補救教學，且依據學生的學習特質，選擇合適的教學法，並巧妙地運用教學策略，提供學生成功的機會，期使學生能重新感受數學的趣味性及

有用性。

(本文作者現職為彰化縣彰化市民生國小資源班教師)

參考文獻

- 林月仙(2000)。數學科學障生的補救教學。國立屏東師範學院八十八學年度特殊教育研習成果彙編。頁 353-367。國立屏東師範學院特殊教育中心。
- 洪儷瑜(1995)。學習障礙者教育。台北：心理出版社。
- 楊坤堂(2002)。學習障礙教材教法。台北：五南。
- 胡永崇(2003)。學習障礙學生之數學補救教學。特殊教育文集(五)。頁 1-36。國立屏東師範學院特殊教育中心。
- 秦麗花(1994)國小數學學習障礙學童數學解題補救教學實施效果之比較研究。台南師範學院出等教育研究所碩士論文。
- 秦麗花(1996)。數學學障兒童的教學。特教叢書 97 輯——學習障礙有效教學。頁 145-158。國立彰化師範大學特殊教育中心。
- 秦麗花(1999)學障兒童適性教材之設計。台北：心理出版社。
- 陳麗玲(1993)國小數學學習障礙學生計算錯誤類型分析之研究。國立彰化師範大學特殊教育系碩士論文。
- 蕭金土(1996)。數學學習障礙學生之學習策略教學。特教叢書 97 輯——學習障礙有效教學。頁 65-82。國立彰化師範大學特殊教育中心。
- Bender, William N (2001). *Learning disabilities: characteristics, identification, and teaching*

strategies. Boston : Allyn and Bacon.

Carnine, D. (1997). Instructional design in mathematics for students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 30 (2), 134-141.

Ginsburg, H. (1997). Mathematics learning disabilities: A view from developmental psychology. *Journal of Learning Disabilities*, 30 (1), 20-33.

Miller, S., & Mercer, C. (1997). Education

aspects of mathematics disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 30 (1), 47-56.

Lerner, Janet W (2000). *Learning disabilities: theories, diagnosis, and teaching strategies*. Boston : Houghton Mifflin.

Simmons, D. C., & Kameenui, E. J. (1996). A focus on curriculum design: When children fail. *Focus on Exceptional Children*, 28 (7), 1-16.