

數學學習困難兒童的教學策略

陳東陞

關鍵語：教學策略、數學學習困難

前言

數學科在學校的課程中，佔一非常重要的地位，其學習的時數，僅次於語文科。我們的日常生活世界，可以說是「數學的世界」。我們的生活離不開數學，透過數學的學習，可增進生活適應及解決問題的能力。

數學科的教育學者及教師，認為數學的學習，應包括數的概念，計算，及應用等部分。大多數的兒童，能有效的學習，但部分兒童，卻產生許多學習困難的現象，教師、家長及兒童本身均感困擾。因此，如何協助這些兒童有效的學習數學，提高數學的成就，實為數學科教學上一個急切的課題。

影響數學學習能力的因素

Kosc(1981)認為影響兒童數學學習能力(mathematics ability)的四項重要因素為：

1.心理的因素(Psychological factors)：如智能(intelligence)、認知能力與認知學習策略(cognitive ability and cognitive learning strategies)。

2.教育的因素(Educational factors)：如數學教學的品質與各學習領域的量—即計算(computation)，測量(measurement)

nt)，時間(time)，及問題解決(problem solving)。

3.人格的因素(Personality factors)：如堅持努力(persistence)，自我概念(selfconcept)，以及愛好數學的態度(attitudes toward mathematics)。

4.神經心理學上的類型(Neropsychological patterns)：如知覺(perception)及神經學上的異常(neurological trauma)。

Homan(1970)認為下列各因素會影響學生對數學的學習

1.知覺技能(Perceptual skills)：因為缺乏空間關係(patial relationships)，距離(distances)，大小關係(size relationships)，及其關聯等知覺能力，阻礙有關測量、估計、問題解決、幾何等項的學習活動。

2.學習的毅力(Perseveration)：有些學生缺乏由某些課題或運算轉移至下一問題演算的能力，會阻礙需要多種複雜的問題演算與應用。

3.語言(Language)：學生如有了解數學用詞困難的情況，如第一、最後、其次、大於、小於等，會使其缺乏數學的概念，降低學習的效果。

4.推理(Reasoning)：推理常需賴抽象思考(abstract thinking)作為基礎，思考能力的低下，會減低推理的能力。

5. 記憶(Memory)：記憶能力與數學的學習關係密切，對概念與操作經驗的保存，影響很大。

對數學困難兒童的教學策略

對數學學習困難兒童的教學，有許多有效的策略，如：

1. 綜合方案(Comprehensive programming)：配合兒童數學學習困難的類型及程度，可合同若干教師(co-teacher)，教導兒童熟悉數學技能(mathematical skills)，包括基本事實(basic facts)，運算(operation)，文字(word)，數學推理(mathematical reasoning)，時間(time)，測量(measurement)，分數(fractions)，及數學的應用(math application)。根據美國全國數學視導人員委員會(The National Council of Supervisors of Mathematics, 1977)所提出的數學教學的基本技能領域(basic skill areas)，共有以下十項：問題解決(problem solving)；日常生活情境的應用數學(applying mathematics to everyday situation)；對結果的敏銳推理(alertness to the reasonableness of results)；預測與估計(estimation and approximation)；適當的計算技能(appropriate computational skills)；幾何(geometry)；測量(measurement)；圖表的閱讀與說明(reading and interpreting tables, charts, and graphs)；利用數學預測(using mathematics to predict)；及電腦的應用(computer literacy)。

2. 個別化(Individualization)教學：依據個別兒童的能力與需要，實施個別化的教學；或運用小組(small group)教學的方式實施教學。個別化教學可針對個別差異，提高學習效果；小組教學可提供合作學習的環境(cooperative environment)來

共同解決問題，收到相互學習的功效。

3. 改正與回饋(Correction and feedback)：在數學教學上，立即的演算回饋與改正至為重要。教師應在學生演算之後，明示學生何處正確，何處錯誤，以便即時更正。

4. 實施有效的補救教學(Alternative approaches to instruction)：學生如學習發生困難，教師需改變教學方法，調整教學過程與活動，可運用教科書、作業本、數學學習站(math station)，及其他的操作活動，以補救學生的困難。

5. 多應用學過的數學知能(Applied mathematics)：多利用具體的材料並將數學問題應用於日常生活中。

6. 類化(Generalization)：由已獲得的經驗學習新的教材，可增進學習的效果。此一類化與遷移的方式，常用於數學的教學活動中。教師需教導學生如何將已學過的知能應用於新教材的學習上。教師在設計教學活動時，應先了解學生的舊經驗，以便聯貫前後的教材與教學活動。如此較能幫助兒童提高學習的效果。

如何教導兒童學習前數技能

前數技能(Prenumber skills)即學習數學中有關數目的前一階段技能。此一技能與以後從事數學的學習關係密切。

許多兒童在入學時，前數技能不良，致數學的學習發生困難。如何增進前數技能實為數學教學中一個重要的課題。以下略述增進兒童前數技能的方法。

1. 實物與數字一對一的對應(One to One Correspondence)：

(1)利用機會教導兒童實物與數字(如1, 2, 3, 4,)之間的關係。

(2)利用實物與數量配對。

2. 分類(Classification)：可輔導兒童

依物品的大小、顏色、形狀等特性加以分類。分類能力的培養至為重要，因為可使大數目的事物，分為小數目的組合。教師可提示生活中常見的許多事物，教導兒童依某些屬性學習分類的方法。

3.序列(Seriation)：所謂序列，即是依大小、長短、高低、輕重等特性依序排列，如由大而小，由高至低、由長至短、由重至輕，依序排列。教師可提示可供序列之實物，輔導兒童實地操作，以培養序列概念與能力。

如何教導兒童學習計算及位值 (進位及退位)

教師與家長因為兒童能計數，就常以為他們了解計算及認識數值。教導兒童了解數值極為重要，因為此為數學學習中的基礎。數學的基本概念由此形成。許多兒童因為缺乏數值概念，以致造成計算與應用問題解題方面的困難。常見的錯誤，如

$$\begin{array}{r} 48 & 37 & 68 & 43 & 56 & 41 \\ +26 & +55 & +17 & -25 & -18 & -24 \\ \hline 614 & 812 & 115 & 22 & 42 & 23 \end{array}$$

(見Bos and Vaughn, 1988, PP. 226-227)

上舉的錯誤計算例，即係因缺乏數值與位值概念所造成。

教導兒童學會數值及位值，主要在使兒童的演算能力進步，能正確估計，減少概念上的錯誤，明瞭位值及進位與退位的方法，並能將數學的計算應用於日常生活中的問題。此外，亦應使兒童明瞭零(0)的概念及其在數值中的意義。

教師如何教導兒童學會位值？最好的方法即是應用具體物操作，練習個位數、十位數加減的運算，如利用代表十位數的長條（代表十個1）與個位數的方塊（代

表一個1），由兒童實地操作演算，兒童非常容易明瞭進位及退位的道理，可減少位值上的錯誤。

如何教導兒童解決問題

問題解決(problem solving)在數學教學中，為一重要部分。許多學習困難兒童，因為語文閱讀的困難，或運算能力的缺乏，而在此方面產生困難。

教學兒童能有效的解決問題，除需提高兒童的語文能力、運算能力外，尚需增進兒童的邏輯推理能力。教師應教導兒童何種情況應用加法、減法，何種情況應用乘法、除法，熟練各種計算方法。

因問題解決的數學演算較難，在數學的教學中，以此項教學最為困難，此項學習困難的兒童亦最多。影響應用問題解答的因素有：

- 1.思索引導的語詞
- 2.推理的能力
- 3.語句的複雜性
- 4.無關資訊的干擾
- 5.所包含的內容

(Bos and Vaughn, 1988, PP. 242-243)

教導問題解決的方法，先要使兒童明白問題（包含語句、內容及所列的條件）。教師需應用二個步驟：1.提供兒童具有適當結果的問題；2.使兒童知道最容易錯誤的演算類型。學生需學習應用有效的解決過程的特殊策略，以熟練解決問題的方法，並且能應用這些原理於日常生活中的數學問題解決上。

Fleischner, Zuzum 與Marzola(1987)曾提出教導學習困難學生算術應用問題的教學方案如下：

- 閱讀 輔導學生了解問題是什麼?
再讀 輔導學生了解需要那些資訊?
思考 加在一起，即加法；

分開，相差，即減法。
需所有資料否？
是否為兩步驟的問題？
解題 寫一等式
核對 再演算
標記
比較

關於應用問題，教師如何教導兒童解題？Bos and Valghn(1988)認為可依下列步驟教導兒童：

1. 在教導解題前，先教會兒童算術計算方法。
2. 發展一套故事問題(story problem)，教導兒童學會解答問題。
3. 教導兒童學會一種問題解決的方法，至熟練為止。
4. 教導兒童閱讀文字問題，並觀察問題情境。請兒童朗讀問題，並說出問題內容。
5. 請兒童再唸問題。
6. 檢查關鍵問題，在開始前，請兒童寫出。
7. 鑑外在的資料。
8. 再讀故事問題，試圖以數學的語句說明問題的情況。此時，在教導兒童思考問題並列式時，教師扮演一個重要的角色。
9. 指導兒童計算。
10. 指導兒童再讀關鍵問題，並核對他們的計算是否正確。
11. 問兒童，他們的答案是否與原先估計相合。

增進兒童數學運算能力的方法

增進數學的運算能力，為數學教學的重要目標之一。如何增進兒童的數學運算能力？常用而有效的方法有下列兩種：

一、認知法(Cognigive Approach)

此種認知性行為改變〔Cognitive Behavior Modification (C B M)〕法，可

應用於數學的教學過程中。這種方法係採自我指導的形式(form of self-instruction)，運用內在語言於困難解決的過程中。根據Meichenbaum(1977, 1985); Meichenbaum and Goodman(1971)的看法，此一方法著重數學的補救教學策略，適用於數學學習困難兒童的數學教學活動。

Leon and Pepe (1983)曾說明應用CBM法於數學學習的過程：

1.定型(Modeling)：教師指導兒童應用明顯的自我指導法，思索如何演算問題。自我指導法可協助學習困難的兒童，明瞭他們對自己的說法，以及在學習過程中所強調的問題。

2.共同參與(Co-participation)：教師與兒童應用自我指導法共同演算問題。此一過程在協助兒童以他們的語詞，討論演算的程序，並在兒童的演算過程中支持他們。

3.兒童自行演算(Student demonstration)與驗算：兒童應用自我指導法，自行演算問題，教師監督兒童演算，並給予校正及回饋。

4.減低外顯的自我指導(Fading overt self-instruction)：兒童應用內在的自我指導法(internal self-instruction)，繼續演算問題。兒童常用符號或關鍵語檢核表以明瞭重點。

5.回饋(Feedback)：兒童應用自我指導法，獨立完成問題的演算，並對其學習的結果自我增強(self-reinforcement)。

二、作業法(Operant Approaches)

此種作業法能增進兒童的數學演算效果。此一原理係根據刺激與反應的關係。刺激引起反應，或提供資訊控制反應。在數學的教學中，教師需要選定問題中有關的要素與條件，讓兒童適當應用。如兒童面對 $12 + 15$ 的問題時，兒童首先需明瞭「+」的意義及12與15的數，其次瞭解如何演算。在數學教學中，問題中含有刺激的要素與

關鍵，可讓兒童運用這些要素與關鍵，以解答問題。

重視現實世界的數學

現實世界中，有許多數學的問題，如金錢、利息等。教師應多利用日常生活中常面對的數學問題，輔導兒童學習。所有的兒童均需學會基本的數學技能。對於學習障礙兒童的數學教學，Halpern(1971)認為應重視功能性技能的教學(focus on teaching functional skills)，因為此對於學習障礙兒童至為重要。Halpern建議學習障礙兒童應學習：1.物品的價格，2.如何預估，3.如何說出時間及估算時間。這些項目，無論口頭練習，或紙筆練習，均屬重要。

結語

數學的學習材料，具有系統性與連貫性，前段的學習結果會影響後段的學習。在前段的學習過程中，如有困難，應早運用各種策略予以補救，以免將困難延伸至以後的學習。因此，對數學學習困難兒童的教學策略，應列為吾人討論的一個重要的課題。

參考文獻（略）

(本文為台北市立師院特殊教育中心舉辦台北市八十學年度國小資源、學障班教師學習障礙研習活動系列活動系列講題之七講稿。)

